

# Modelování některých procesů ve slunečních erupcích

M. Varady, Katedra fyziky, Univerzita J. E. Purkyně, Ústí nad Labem, mvarady@physics.ujep.cz  
 J. Kašparová, Astronomický ústav Akademie věd České republiky, Ondřejov, kasparov@asu.cas.cz  
 Z. Moravec, Katedra fyziky, Univerzita J. E. Purkyně, Ústí nad Labem, zmoravec@physics.ujep.cz  
 P. Heinzel, Astronomický ústav Akademie věd České republiky, Ondřejov, pheinzl@asu.cas.cz  
 M. Karlický, Astronomický ústav Akademie věd České republiky, Ondřejov, karlicky@asu.cas.cz

## Abstrakt

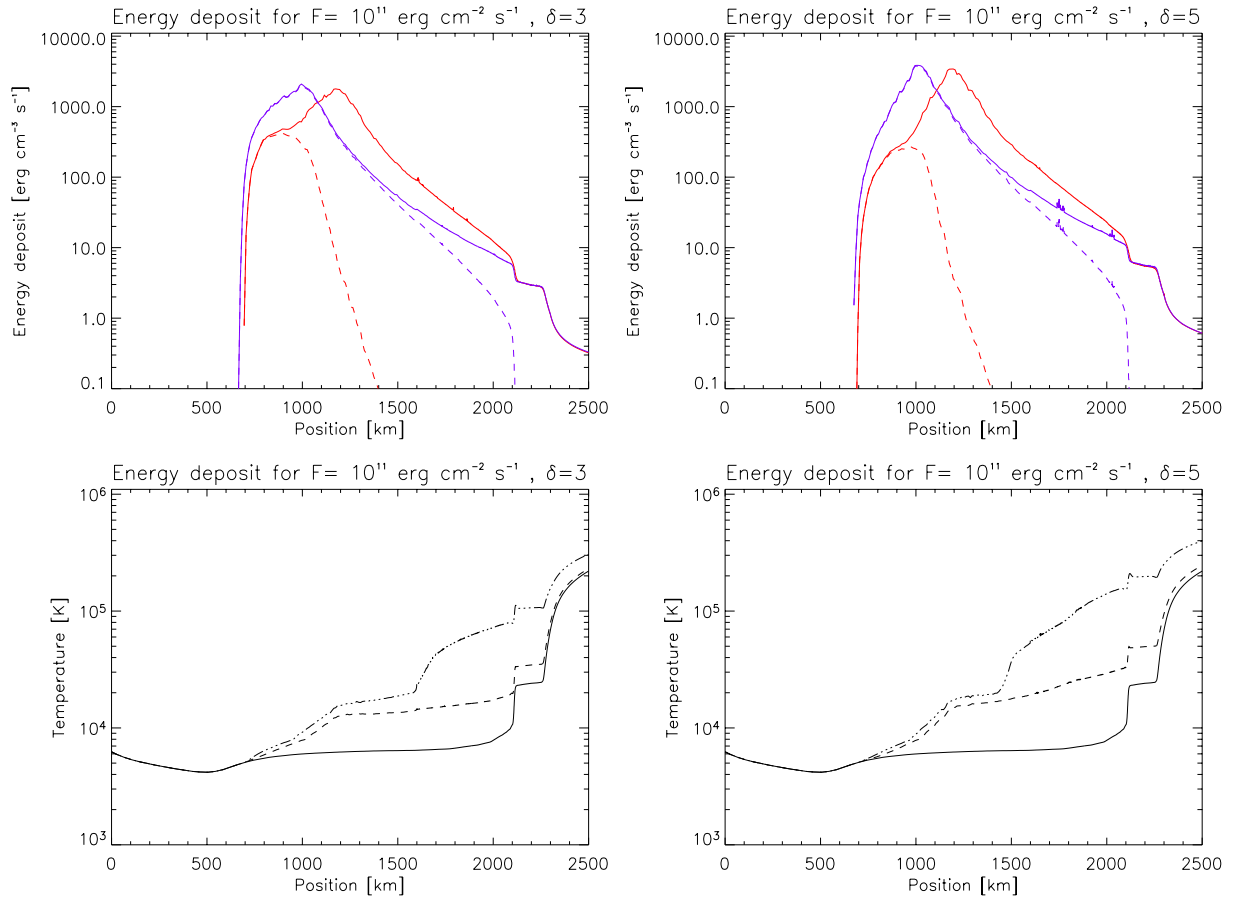
Současná pozorování i teorie ukazují, že sluneční erupce jsou nesmírně komplikovaným jevem, jehož charakter určuje řada různých fyzikálních mechanismů jako rekonexe magnetických polí, efekty spojené se šířením vysokoenergetických svazků nabitých částic plazmatem sluneční atmosféry, reakce atmosféry na ohřev způsobený disipací kinetické energie částicových svazků, přenos záření v opticky tlustých vrstvách atmosféry a řada dalších. V příspěvku představíme metodu, jak pomocí propojení několika původně autonomních kódů, z nichž každý modeluje určitou část problému získat konzistentnější a komplexnější popis některých procesů ve slunečních erupcích. Funkčnost této metody, jednotlivých kódů i kódu spojeného budeme demonstrovat na simulacích zabývajících se časovým vývojem čáry  $H\alpha$  v erupcích a vlivem elektronových svazků na její formování. V závěru budeme diskutovat možnou diagnostickou metodu plynoucí z prezentovaných simulací, která by umožnila z pozorování časového vývoje intenzity v jádru čáry  $H\alpha$  před a během prvních okamžiků erupce určit s vysokým prostorovým rozlišením místa, kam dopadají svazky elektronů, za předpokladu, že dosáhnou až do té oblasti atmosféry, kde se formuje čára  $H\alpha$ .

## 1. ÚVOD

Sluneční erupce lze považovat za nejmohutnější exploze ve sluneční soustavě, kdy se na časových škálách desítek sekund až minut uvolní energie řádů  $10^{22}$  až  $10^{25}$  J. Současné modely erupcí se shodují v tom, že zásadní roli při transportu a deposici energie v erupcích hrají svazky vysokoenergetických částic. Podle těchto modelů (Sturrock 1968, Kopp & Pneumann 1976, Forbes & Malherbe 1986) je energie erupce uvolněna během rekonexe magnetických polí ve sluneční atmosféře, kdy se generují vysokoenergetické svazky částic. Tyto svazky se šíří podél magnetických siločar také směrem do hlubších a hustších vrstev atmosféry, kde je kinetická energie jednotlivých částic disipována zejména díky Coulombovským srážkám a transformována v tepelnou energii plazmatu přechodové oblasti a chromosféry. Následkem tohoto prudkého ohřevu původně klidného slunečního plazmatu dochází k expanzi plazmatu do koróny a naplnění koronální části

erupční smyčky horkým a relativně hustým plazmatem. Tvar erupční smyčky je při tom definován magnetickým polem – plasma s nízkým  $\beta$  parametrem.

Výchozím bodem našich simulací a zároveň vazbou na pozorování jsou parametry svazků: energetický tok  $\mathcal{F}$  a mocninný index  $\delta$ ; získané ze spekter rentgenového brzděného záření vznikajícího v erupcích (Brown 1971) pozorovaných například RHESSI, BATSE, HXT či HXRS. V modelu je zahrnuto šíření a disipace energie svazků nabitých částic, reakce sluneční atmosféry na disipovanou energii a procesy spojené s přenosem záření v opticky tlustých vrstvách atmosféry. K tomu jsou použity tři různé kódy vyvinuté na Astronomickém ústavu AV ČR v Ondřejově, zachycující jednotlivé aspekty modelovaného problému. Propojení těchto kódů umožňuje konzistentněji a komplexněji modelovat několik fyzikálních procesů probíhajících v erupci současně. Jsou to: částicový kód (Karlický 1990, Varady 2002), jednodimenzionální hydrodynamický



Obrázok 1. Na horních panelech je zobrazena celková energie deponovaná do atmosféry elektronovým svazkem (plné čáry) a energie deponovaná do vodíku (čárkované čáry) pro energetický tok  $\mathcal{F}_{max} = 10^{11} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  a mocninný index  $\delta = 3$  (levý sloupec) a 5 (pravý sloupec). Čára s maximem vlevo odpovídá energii uložené do klidné atmosféry, čára s maximem vpravo odpovídá energii uložené do již zahřáté atmosféry v okamžiku maxima energetického toku v čase  $t = 0.5 \text{ s}$ . Na dolních dvou panelech je zobrazen vývoj teploty v časech  $t = 0 \text{ s}$  (počáteční stav) – plná čára,  $t = 0.25 \text{ s}$  – čárkovaná čára a  $t = 0.5 \text{ s}$  – čerchovaná čára.

kód (Varady 2002) a časově závislý non-LTE kód pro přenos záření v opticky tlustých vrstvách sluneční atmosféry (Heinzel 1995, Kašparová 2004). Částicový kód modeluje šíření a energetické ztráty vysokoenergetických svazků elektronů, případně protonů při jejich průchodu plazmatem sluneční atmosféry, hydrodynamický kód počítá odezvu původně klidné sluneční atmosféry na energii deponovanou svazky a časově závislý non-LTE kód počítá časový vývoj ionizace vodíku a profilů vodíkových čar během erupce (Kašparová et al. 2002).

V tomto příspěvku nejprve stručně popíšeme jednotlivé kódy a způsob jejich propojení. Funkčnost a potenciál spojených kódů pak budeme demonstrovat na konkrétním případě výpočtu odezvy sluneční atmosféry na šíření mocninných elektronových svazků. Dále budeme diskutovat možnou novou diagnostickou metodu, která je jedním z výsledků prezentovaných simulací. Tato metoda by umožnila z pozorování časového vývoje intenzity v jádru čáry  $H\alpha$  před a během prvních okamžiků erupce určit místa, kam dopadají svazky elektronů, za předpokladu, že

dosáhnou až do těch míst atmosféry, kde se formuje čára  $H\alpha$ .

Výsledky prezentované v této práci byly získány pro elektronový svazek vnikající do klidné atmosféry popsané modelem VAL C (Vernazza et al. 1981). Energetický tok svazku byl časově modulovaný sinusoidou

$$\mathcal{F}(t) = \mathcal{F}_{max} \frac{1 - \cos(2\pi t)}{2},$$

s trváním jedna sekunda. Maximální energetický tok svazku v čase  $t = 0.5 \text{ s}$  byl  $\mathcal{F}_{max} = 10^{11} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Minimální a maximální energie elektronů ve svazku, tzv. *lower and upper energy cut-off*, byly zvoleny  $E_1 = 30 \text{ keV}$ ,  $E_2 = 100 \text{ keV}$  a simulace byly provedeny pro dva mocninné indexy  $\delta = 3$  a  $\delta = 5$ .

## 2. ŠÍŘENÍ ELEKTRONOVÝCH SVAZKŮ

Energetické ztráty vysokoenergetických elektronových svazků s kinetickou energií  $E$  a rych-

lostí  $v$  způsobené Coulombovskými srážkami v částečně ionizovaném vodíkovém terči lze aproximovat následujícími vztahy (Emslie 1978):

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{ee} = -\frac{2\pi e^4}{E} \Lambda(x + \varepsilon) n_H v , \quad (1)$$

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{en} = -\frac{2\pi e^4}{E} \Lambda'(1 - x) n_H v . \quad (2)$$

První vztah vyjadřuje energii svazku deponovanou za jednotku času na elektronovou komponentu plazmatu a druhý energii deponovanou svazkem na neutrály a to při průchodu svazku plazmatem s hustotou ekvivalentních vodíkových atomů  $n_H = n_p + n_n$ , kde  $n_p$  je částicová hustota protonů a  $n_n$  je částicová hustota atomů vodíku.  $\Lambda$  a  $\Lambda'$  jsou Coulombovské logaritmy,  $x \equiv n_p/n_H$  vyjadřuje ionizaci vodíku a  $\varepsilon = 1.4 \times 10^{-4}$  reprezentuje příspěvek k elektronové hustotě plazmatu od nevodíkových prvků.

Při průchodu elektronového svazku plazmatem dochází díky Coulombovským srážkám také k jeho rozptylu, který je je zohledněn metodou Monte-Carlo s využitím vztahu pro střední kvadratickou hodnotu úhlu rozptylu (Bai 1982)

$$\langle \theta^2 \rangle = \left( \frac{\Delta E}{E} \right) \left( \frac{4}{\gamma_0 + 1} \right) , \quad (3)$$

kde  $\Delta E$  je energetická ztráta a  $\gamma_0$  Lorentzův faktor. Úhlové rozdělení elektronů v azimutálním směru  $\phi \in (0, 2\pi)$  je modelováno pomocí generátoru náhodných čísel. Pro nový úhel, který svírá vektor rychlosti částice s magnetickou siločárou tzv. *pitch angle* potom ze sférické trigonometrie dostaneme vztah

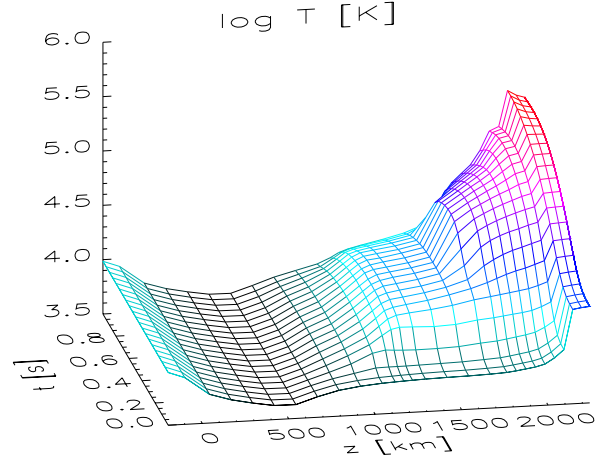
$$\cos(\theta_0 + \Delta\theta) = \cos\theta_0 \cos\theta_s + \sin\theta_0 \sin\theta_s \cos\phi , \quad (4)$$

kde  $\theta_0$  je pitch angle před posunutím částice o jeden časový krok a  $\theta_s$  je dáno rovnicí (3) a 2-dimenzionálním Gaussovým rozdělením, které modeluje náhodnost odchylky vektoru rychlosti částice od původního směru.

Tyto vztahy byly implementovány v kódu modelujícím energetické ztráty a rozptyl elektronových svazků s mocninným spektrem. Tento kód je založený na sledování pohybu statisticky významného počtu testovacích částic reprezentujících elektrony. V každém okamžiku simulace tedy sledujeme jejich polohy, energie a pitch angles (Varady 2002).

### 3. HYDRODYNAMIKA

Hydrodynamický kód počítá stav a časový vývoj původně hydrostatického plazmatu s nízkým  $\beta$  podél magnetických siločar, které definují geometrii problému. Tento časový vývoj je inicializovaný ukládáním energie elektronového svazku. Podle současných představ jsou hlavními fyzikálními mechanismy, které determinují vývoj plazmatu



Obrázek 2. Časový vývoj teploty v oblasti atmosféry rozhodující pro formování H $\alpha$  čáry během první sekundy pro svazek s mocninným indexem  $\delta = 3$ .

v erupčních smyčkách, konvekce – proudění plazmatu podél siločar, kondukce – vedení tepla podél siločar, zářivé ztráty – opticky tenké v koróně a přechodové oblasti, opticky tlusté v chromosféře a fotosféře, a časově i prostorově proměnná ionizace vodíku ve fotosféře a chromosféře. Rozhodujícím faktorem určujícím časový vývoj ve smyčce je samozřejmě erupční ohřev, který je modelován částicovým kódem. Díky anizotropii vnesené magnetickým polem lze tento problém popsat následující standardní soustavou 1-D hydrodynamických rovnic (HDR)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s}(\rho v_s) = 0 , \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho v_s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s}(\rho v_s^2) = -\frac{\partial P}{\partial s} + F_g , \quad (6)$$

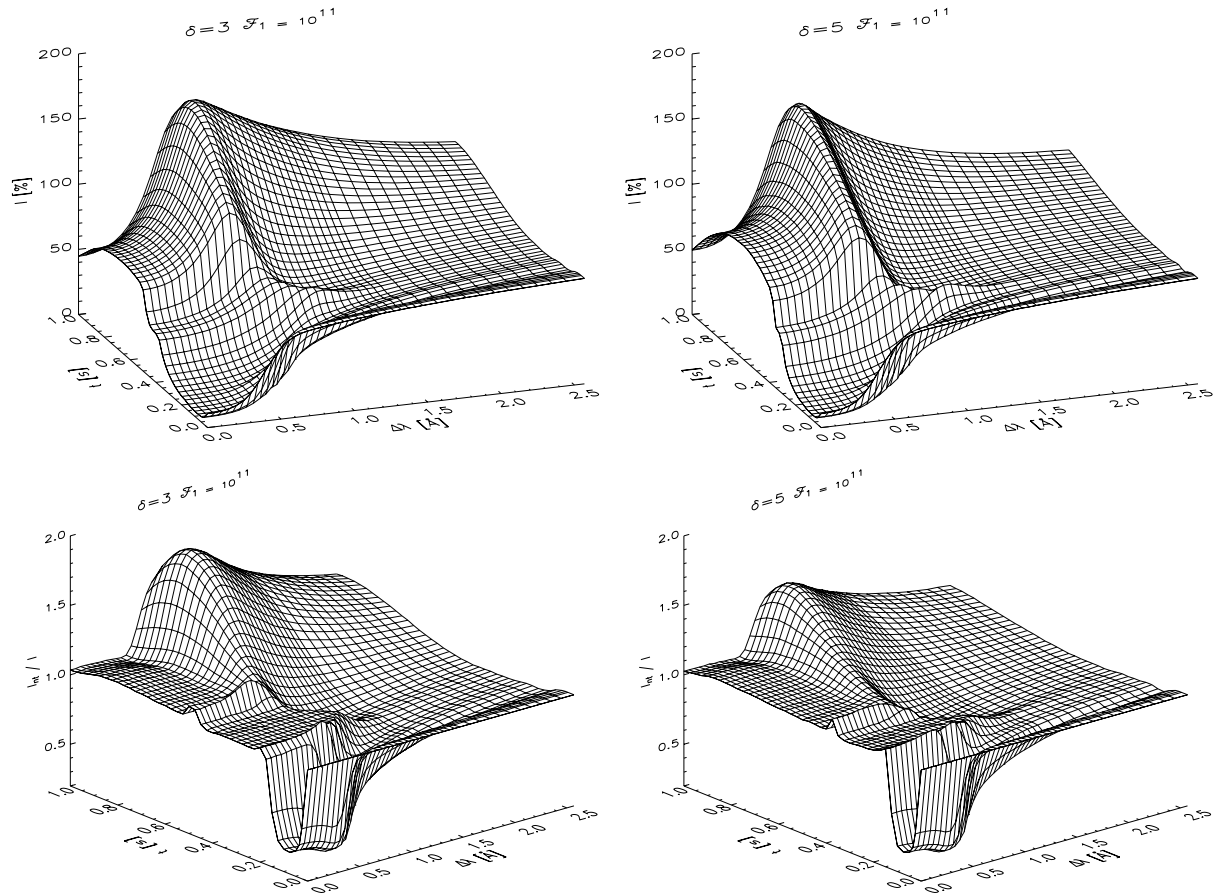
$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s}(E v_s) = -\frac{\partial}{\partial s}(v_s P) - \frac{\partial}{\partial s} \mathcal{F}_c - \mathcal{R} + \mathcal{S} , \quad (7)$$

kde  $s$  a  $v_s$  je poloha a rychlost plazmatu podél siločar,  $\rho$  je hustota plazmatu a tlak plynu a celková energie jsou

$$P = n_H(1 + x + \varepsilon) k_B T , \quad E = \frac{P}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho v_s^2 .$$

Ionizace vodíku  $x$  je v této práci započítána s užitím modifikované Sahovy rovnice (Brown 1973). Zdrojové členy na pravých stranách rovnic jsou  $F_g$  průmět gravitační síly do směru tečného k siločarám,  $\mathcal{F}_c$  tok tepla podél siločar vyjádřený Spitzerovým klasickým vztahem,  $\mathcal{R}$  zářivé ztráty (opticky tenký režim – Rosner et al. (1978); opticky tlustý režim – analytická aproximace zářivých ztrát atmosféry VAL – Peres (1982)) a  $\mathcal{S}$  zahrnuje erupční (tedy ohřev počítaný částicovým kódem) a klidný (zajišťuje stabilitu počátečního stavu) ohřev atmosféry.

Tato soustava HDR je řešena numericky metodou štěpení časového kroku tzv. *timestep splitting method* (Oran et al. 1987). Konvekce byla počítána s užitím



Obrázok 3. Časový vývoj čáry H $\alpha$  (nahore) a poměr intenzit (dole) se započtením netermálních rates  $I^{nt}$  ku intenzitám  $I$  bez započtení netermálních rates během první sekundy ohřevu atmosféry elektronovým svazkem s časově modulovaným energetickým tokem s maximem  $\mathcal{F}_{max} = 10^{11} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  v čase  $t = 0.5 \text{ s}$  a mocninným indexem  $\delta = 3$  (levý sloupec) a 5 (pravý sloupec).

tzv. LCPFCT algoritmu (Boris et al. 1993) a konduktce byla počítána Crank-Nicholsonovým algoritmem.

#### 4. NON-LTE PŘENOS ZÁŘENÍ

Na základě časového vývoje teploty, hustoty a depositu energie svazku do vodíku  $\mathcal{E}_H$  spočteného pomocí hydrodynamického a částicového kódu, časově závislý non-LTE kód řeší přenos záření pro atomy vodíku v chromosféře a fotosféře podél magnetických siločar (1-D plan-paralení přiblížení). Atom vodíku je aproximován modelem atomu s třemi hladinami a kontinuem. Populace hladin  $n_i$  jsou dány řešením časově závislých rovnic statistické rovnováhy (RSR)

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = \sum_{j \neq i} n_j P_{ji} - n_i \sum_{j \neq i} P_{ij}, \quad (8)$$

kde advekční člen je zanedbán díky malým rychlostem plazmatu do  $10 \text{ km s}^{-1}$  (Nejezchleba 1998).  $P_{ij}$  jsou obecně součtem pravděpodobností termálních srážkových  $C_{ij}$  a zářivých  $R_{ij}$  přechodů za jednotku času (rates). Excitace a ionizace vodíku

elektrony ze svazku je započítávána pomocí tzv. netermálních srážkových rates  $C_{ij}^{nt}$ , které jsou podle Fang et al. (1993) přímo úměrné depositu energie do vodíku a pro přechody ze základní hladiny mají tento tvar

$$C_{1c}^{nt} = 1.73 \times 10^{10} \frac{\mathcal{E}_H}{n_1}, \quad C_{12}^{nt} = 2.94 \times 10^{10} \frac{\mathcal{E}_H}{n_1},$$

$$C_{13}^{nt} = 5.35 \times 10^9 \frac{\mathcal{E}_H}{n_1} \quad (9)$$

a pro  $P_{1j}$  pak platí

$$P_{1j} = R_{1j} + C_{1j} + C_{1j}^{nt}. \quad (10)$$

Systém RSR(8) je uzavřen rovnicemi zachování náboje a počtu částic

$$n_e = n_p + \varepsilon n_H, \quad \sum n_j + n_p = n_H, \quad (11)$$

kde  $n_e$  je elektronová hustota. RSR je spolu s rovnicí přenosu záření řešena metodou MALI - Multilevel Accelerated Lambda Iterations (Rybicki & Hummer 1991). Protože elektronová hustota není předem známa, RSR jsou nelineární kvůli členům

$n_i n_e$ . Z toho důvodu jsou RSR a rovnice zachování (11) linearizovány vzhledem k populacím hladin a elektronové hustotě. Celý systém rovnic je pak řešen pomocí Cranck-Nicholsonova schématu a Newton-Raphsonou iterační metodou (Heinzl 1995, Kašparová 2004).

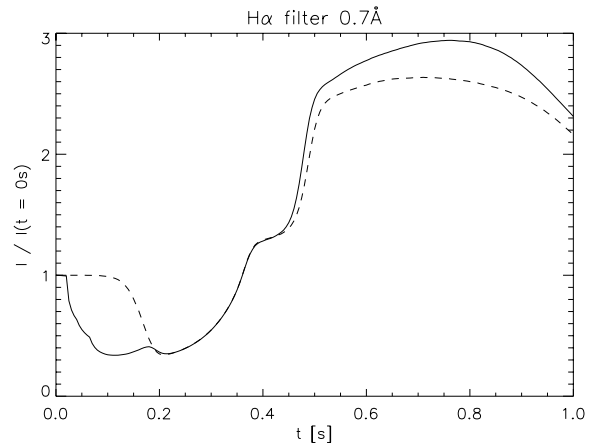
## 5. INTERAKCE JEDNOTLIVÝCH KÓDŮ

Částicový a hydrodynamický kód jsou plně propojeny, takže modelovaný svazek částic s mocninným spektrem interaguje s atmosférou, která se mění v čase v důsledku již deponované energie a plně tak odráží měnící se hustotu a ionizaci v atmosféře. Ionizace vodíku je v této práci počítána v analytickém přiblížení, tj. není dosud plně konsistentní s ionizací z non-LTE kódu. Komunikace mezi jednotlivými kódy probíhá tak, že HD kód načte počáteční hydrostatickou atmosféru, tedy funkce  $T(s)$ ,  $n_H(s)$  a  $x(s)$ . Do této atmosféry je s určitým časovým krokem puštěn částicovým kódem svazek částic s mocninným spektrem. Energetické ztráty svazku podél své trajektorie jsou vstupem pro HD kód, který spočítá odpovídající nové teploty, hustoty, ionizace a rychlosti plazmatu podél siločar. Výsledné časové profily teploty, hustoty a depositu energie do vodíku pro celou simulaci jsou pak vstupem pro non-LTE kód, který počítá odpovídající ionizaci vodíku a profil čáry H $\alpha$ . Výhodou tohoto přístupu je možnost do modelu snadno zahrnout další fyzikální mechanismy např. vliv zpětného proudu na termalizaci svazku, modelovat vznik tvrdého rentgenového záření podél siločar a podobně.

## 6. VÝSLEDKY SIMULACÍ

Typické profily celkové energie a energie deponované do vodíku jsou zobrazeny na horních panelech obr. 1 pro mocninné indexy  $\delta = 3$  a  $\delta = 5$ . Z grafů je patrné, že pro plochá spektra (s nižším mocninným indexem) je energie svazku v atmosféře ukládána rovnoměrněji, maximum deponované energie je nižší a ve srovnání s druhým případem je více energie uloženo do hlubších vrstev atmosféry. Pokud jde o profil energie deponované do vodíku, vidíme zásadní rozdíl mezi profilem odpovídajícím klidné atmosféře a atmosféře, která je již předeřhřata působením svazků a odpovídá času  $t = 0.5$  s po zahájení ohřevu, tedy okamžiku kdy energetický tok svazku dosáhl maxima. V počáteční, klidné atmosféře je teplota plazmatu nižší a obsahuje tedy daleko více vodíku rozloženého v rozsáhlejší oblasti. Tomu odpovídá širší oblast a vyšší maximum depositu energie do vodíku než v atmosféře zahřáté, kde je vodíku méně a ve vyšších vrstvách chromosféry je vodík dokonce úplně ionizovaný.

Na dolních panelech obr. 1 jsou pro oba mocninné indexy zobrazeny teplotní profily atmosféry v časech  $t = 0$  s (počáteční stav),  $t = 0.25$  s a  $t = 0.5$  s



Obrázek 4. Teoretický časový vývoj intenzity chromosféry v místě impaktu elektronového svazku pozorovaný H $\alpha$  filtrem s pološířkou  $0.7 \text{ \AA}$  pro mocninný index svazku  $\delta = 3$ . Plná čára znázorňuje vývoj intenzity se započtením netermálních srážek, čárkovaná čára zobrazuje vývoj intenzity bez započtení vlivu netermálních srážek.

spočtené HD kódem. Z těchto grafů je patrný vliv mocninného indexu svazku na teplotní profily atmosféry, které hrají významnou roli při formování vodíkových čar. Detailnější pohled na časový vývoj teploty v atmosféře pro mocninný index svazku  $\delta = 3$  nabízí obr. 2. Ze simulací plyne, že rychlosti plazmatu během první sekundy nepřekročí v oblasti atmosféry relevantní pro formování H $\alpha$  čáry  $10 \text{ km s}^{-1}$ . Relativní změny hustoty plazmatu v oblasti formování H $\alpha$  čáry jsou v rozmezí  $\pm 20\%$ .

Vývoj čáry H $\alpha$  a vliv netermálních srážkových rates na její intenzitu v průběhu první sekundy ohřevu atmosféry mocninnými elektronovými svazky o  $\delta = 3$  a  $5$  je zobrazen na obrázku 3. Profil čáry H $\alpha$  se vyvíjí z absorpčního profilu klidné atmosféry do typického erupčního profilu s rozšířenými emisními křídly. Profil čáry je ovlivněn jak teplotní strukturou atmosféry (obr. 2) tak i netermálními rates. Tyto rates způsobují nejprve pokles intenzity ve středu čáry na počátku šíření svazku ( $t \sim 0.05$  s), později pak zapříčiňují zvýšení intenzity v křídlech a jejich rozšíření. Tento efekt je výraznější pro svazky s nižší hodnotou indexu  $\delta$ .

## 7. ZÁVĚRY A DISKUSE

Z výsledků prezentovaných simulací je patrné, že netermální kolizní rates ovlivňují formování profilu čáry H $\alpha$  ve dvou fázích. Nejprve v okamžiku kdy elektronový svazek dorazí do místa formování čáry poklesne intenzita ve středu čáry na přibližně třetinu své původní hodnoty. Tento pokles má trvání přibližně  $0.15$  s a je následován zhruba stejně hlubokým poklesem intenzity ve středu čáry, který je však způsoben zvýšením teploty v oblasti formování čáry, tedy tepelnými srážkovými rates.

Trvání toho poklesu intenzity je opět přibližně 0.15 s. Celkové trvání tohoto výrazného poklesu intenzity v jádru čáry  $H\alpha$  je tedy 0.3 s a je jasně vázán na přítomnost elektronového svazku v místě formování čáry. Diskutovaný efekt je dobře patrný na obr. 4, kde je plnou čarou vynesena modelovaná časová závislost intenzity chromosféry, kam dopadá svazek elektronů s  $\delta = 3$ , při započtení netermálních srážkových rates (plná čára) a při jejich nezapočtení (čárkovaná čára) do RSR. Modelovaný časový vývoj intenzity odpovídá pozorování chromosféry  $H\alpha$  filtrem s pološířkou 0.7 Å. V druhé fázi v čase zhruba 0.5 s lze pozorovat nárůst intenzity čáry v křídlech a jejich rozšíření (viz obr. 4, 3), přičemž s nižší hodnotou  $\delta$  je tento efekt výraznější. Je nutno ovšem zmínit, že charakteristiky poklesu intenzity čáry budou pravděpodobně ovlivněny strukturou počáteční atmosféry.

Z diagnostického hlediska by mohl být zajímavý první efekt, tedy pokles intenzity v čáře  $H\alpha$  těsně poté, kdy do chromosféry dorazí první elektrony svazku. Pokud by se tato předpověď observačně potvrdila, získali bychom metodu jak ze sérií snímků s vysokým prostorovým a zejména časovým rozlišením erupční oblasti v čáře  $H\alpha$ , snímanou před a během začátku erupce identifikovat místa dopadu elektronových svazků. Tato místa by měla odpovídat pozicím rentgenových zdrojů v erupční oblasti.

## PODĚKOVÁNÍ

Tato práce vznikla s podporou grantu Grantové agentury České republiky číslo 205/04/0358, grantů IAA3003202 a IAA3003203 AV ČR a klíčového projektu K2043105 Astronomického ústavu AV ČR.

## LITERATURA

- Bai, T., 1982, ApJ 259, 341  
 Brown, J.C., 1971, Sol. Phys 18, 489  
 Brown, J.C., 1973, Sol. Phys 29, 421  
 Emslie, A.G., 1978, ApJ 224, 241  
 Fang, C, Hénoux, J.-C., Gan, W. Q., 1993, A&A 274, 917  
 Forbes, T.G., Malherbe, J.M., 1986, ApJ 302, L67  
 Heinzel, P., 1995, A&A 299, 563  
 Karlický, M., 1990, Sol. Phys. 130, 397  
 Kašparová, J., Heinzel P., Varady, M., Karlický, M., 2002, Time dependent flare models with MALI. In: Hubený, I., Mihalas, D., Werner, K., (eds), ASP Conference Series  
 Kašparová, 2004, PhD Thesis, Charles University, Prague  
 Kopp, R.A., Pneumann, G.W., 1976, Sol. Phys. 50, 85  
 Nejezchleba, T., 1998, A&AS 127, 207  
 Oran, E.S., Boris, J.P., 1987, Numerical Simulations of Reactive Flow, NRL, Elsevier  
 Peres, G., Rosner, R., Serio, S., Vaiana, G.S, 1982, ApJ 252, 791  
 Rosner, R., Tucker, W.H., Vaiana, G.S., 1978, ApJ 220, 643  
 Rybicki, G.B., Hummer, D., 1991, A&A 245, 171  
 Sturrock, P.A., 1968, IAU Symp. 35, 471  
 Varady, M., 2002, PhD Thesis, Charles University, Prague  
 Vernazza, J. E., Avrett, E. H., Loeser, R., 1981, ApJS 45, 635